一、基本概念和知识

**1.整除**

例如：15÷3=5，63÷7=9

一般地，如a、b、c为整数，b≠0，且a÷b=c，即**整数a除以整除b**（b不等于0），除得的商c正好是整数而没有余数（或者说余数是0），我们就说，**a能被b整除（或者说b能整除a）**

7是63的约数。

**2.数的整除性质**

**性质1：如果a、b都能被c整除，那么它们的和与差也能被c整除。**

例如：如果2｜10，2｜6，那么2｜（10＋6），并且2｜（10—6）。

**性质2：如果b与c的积能整除a，那么b与c都能整除a.**

即：如果bc｜a，那么b｜a，c｜a。

**性质3：如果b、c都能整除a，且b和c互质，那么b与c的积能整除a。**

　　即：如果b｜a，c｜a，且（b，c）=1，那么bc｜a。

　　例如：如果2｜28，7｜28，且（2，7）=1,

　　那么（2×7）｜28。

**性质4：如果c能整除b，b能整除a，那么c能整除a。**

　　即：如果c｜b，b｜a，那么c｜a。

　　例如：如果3｜9，9｜27，那么3｜27。

**3.数的整除特征**

① 能被2整除的数的特征：个位数字是0、2、4、6、8的整数.

② 能被3（或9）整除的数的特征：各个数位数字之和能被3（或9）整除。

③ 能被4（或25）整除的数的特征：末两位数能被4（或25）整除。

④ 能被5整除的数的特征：个位是0或5。

⑤ 能被8（或125）整除的数的特征：末三位数能被8（或125）整除。

⑥ 能被11整除的数的特征：这个整数的奇数位上的数字之和与偶数位上的数字之和的差（大减小）是0或11的倍数。

⑦ 能被7（11或13）整除的数的特征：一个整数的末三位数与末三位以前的数字所组成的数之差（以大减小）能被7（11或13）整除。

练习及详解

**例题**1. 四位数“3AA1”是9的倍数，那么A=\_\_\_\_\_。（小五奥数）

解析：已知四位数3AA1正好是9的倍数,则其各位数字之和3+A+A+1一定是9的倍数,可能是9的1倍或2倍,可用试验法试之。

练习（1） 在“25□79这个数的□内填上一个数字,使这个数能被11整除,方格内应填\_\_\_\_\_。

练习（2）已知一个五位数□691□能被55整除,所有符合题意的五位\_\_\_\_\_。

**例题** 2. 1至100以内所有不能被3整除的数的和是\_\_\_\_\_。

解析：先求出1~100这100个数的和,再求100以内所有能被3整除的数的和,以上二和之差就是所有不能被3整除的数的和。

 (1+2+3+…+100)-（3+6+9+12+…+99） =(1+100)÷2×100-(3+99)÷2×33 =5050-1683=3367

练习 所有能被3整除的两位数的和是\_\_\_\_\_\_。

**例题**3. 能同时被2、3、5整除的最大三位数是\_\_\_\_\_。

练习 能同时被2、5、7整除的最大五位数是\_\_\_\_\_。

**例题**4. 173□是个四位数字，数学老师说：“我在这个□中先后填入3个数字,

所得到的3个四位数,依次可被9、11、6整除。”问：数学老师先后填入的3个数字的和是多少？

答案：∵能被9整除的四位数的各位数字之和能被9整除，

                 1+7+3+□=11+□   ∴□内只能填7。

∵能被11整除的四位数的个位与百位的数字和减去十位与千位的数字和所得的差能被11整除。∴ (7+□)-(1+3)=3+□ 能被11整除, ∴□内只能填8。

∵能被6整除的自然数是偶数,并且数字和能被3整除,而1+7+3+□=11+□, ∴□内只能填4。    所以,所填三个数字之和是7+8+4=19。

练习  在1992后面补上三个数字，组成一个七位数，使它们分别能被2、3、5、11整除，这个七位数最小值是多少？